

Reminder...

- Διαλέξεις
 - Προαιρετική παρουσία!
- Είστε εδώ γιατί **θέλετε** να ακούσετε/συμμετέχετε
- Δεν υπάρχουν απουσίες
- Υπάρχει σεβασμός στους συναδέλφους σας και στην εκπαιδευτική διαδικασία
- Προστατέψτε εσάς και τους συναδέλφους σας: απέχετε από το μάθημα αν δεν είστε/αισθάνεστε καλά



Εικόνα: Η μετατροπή της δυναμικής ενέργειας σε κινητική κατά την ολίσθηση ενός παιχνιδιού σε μια πλατφόρμα. Μπορούμε να αναλύσουμε τέτοιες καταστάσεις με τις τεχνικές που θα δούμε σε αυτή τη διάλεξη.

Φυσική για Μηχανικούς

Διατήρηση της Ενέργειας



Εικόνα: Η μετατροπή της δυναμικής ενέργειας σε κινητική κατά την ολίσθηση ενός παιχνιδιού σε μια πλατφόρμα. Μπορούμε να αναλύσουμε τέτοιες καταστάσεις με τις τεχνικές που θα δούμε σε αυτή τη διάλεξη.

Φυσική για Μηχανικούς

Διατήρηση της Ενέργειας

Ενέργεια Συστήματος

- Δύναμη **βάρους** → **συντηρητική δύναμη** → **βαρυτική δυναμική ενέργεια**

- Δύναμη **ελατηρίου** → **συντηρητική δύναμη** → **ελαστική δυναμική ενέργεια**

(peek into the future 😊)

- **Ηλεκτρική δύναμη** → **συντηρητική δύναμη** → **ηλεκτρική δυναμική ενέργεια**

- ...που σχετίζεται με το ηλεκτρικό **δυναμικό**

- Παρατηρούμε κάποιο **μοτίβο**...

- Μια **συντηρητική δύναμη** σχετίζεται με τη **μεταβολή μιας δυναμικής ενέργειας!**

Ενέργεια Συστήματος

- Έστω ένα **πολυμελές** σύστημα που αλλάζει από μια διάταξη των μελών του σε μια άλλη λόγω έργου μιας εσωτερικής συντηρητικής δύναμης, $W_{F,int}$
 - ...χωρίς επίδραση άλλων δυνάμεων (**απομονωμένο** σύστημα)
- Ένα **σώμα** από τα μέλη του **κινείται** από μια θέση i (αρχική) σε μια θέση f (τελική)
- **Μεταβλήθηκε** (έστω αυξήθηκε) η **κινητική του ενέργεια**
- Πρέπει **ισόποσα να μεταβληθεί «αντίστροφα»** (μειωθεί) η **δυναμική του ενέργεια**
 - ...λόγω Α.Δ.Μ.Ε! $\Delta K + \Delta U = 0$

$$W_{F,int} = \Delta K = -\Delta U = -(U_f - U_i) = U_i - U_f$$

Ενέργεια Συστήματος

- Το έργο $W_{F,int}$ που παράγεται από μια **εσωτερική συντηρητική δύναμη σε ένα άλλο σώμα που είναι μέλος του απομονωμένου συστήματος** ισούται με την αρνητική μεταβολή της δυναμικής ενέργειας του συστήματος

- Π.χ. έργο **βάρους** κατά την ανύψωση βιβλίου στο σύστημα {Γη, βιβλίο}

$$W_{F_g} = -\Delta U_g$$

- Π.χ. έργο **δύναμης του ελατηρίου** κατά τη μετατόπιση του από τη θέση ισορροπίας στο σύστημα {ελατήριο, σώμα}

$$W_s = -\Delta U_s$$

Ενέργεια Συστήματος

- Έστω ότι αυτή η **εσωτερική συντηρητική δύναμη** \vec{F}_{int} προκαλεί **αλλαγή της διάταξης/σύνθεσης/διαμόρφωσης** του συστήματος λόγω της **κίνησης** ενός από τα σώματα επάνω **στο $x'x$ άξονα**
- Έστω ότι η δύναμη ασκείται υπό γωνία θ με τον οριζόντιο άξονα
 - Τα ίδια ακριβώς θα ισχύουν και για δύναμη υπό γωνία με τον άξονα $y'y$ ή τον $z'z$, αλλά χάριν απλότητας ας κρατήσουμε μόνο τον $x'x$
- Το έργο της (σταθερής) δύναμης αυτής θα είναι (ορισμός έργου):

$$W_{F,int} = \vec{F}_{int} \cdot \Delta\vec{x} = F_{int}\Delta x \cos \theta = F_{x,int}\Delta x = -\Delta U$$

Ενέργεια Συστήματος

Για ευκολία, παραλείπουμε το δείκτη *int* για τη δύναμη αλλά συνεχίζουμε να εννοούμε την εσωτερική συντηρητική δύναμη του συστήματος

- Αν $\Delta x \rightarrow dx$, μπορούμε να πούμε ότι $\Delta U \rightarrow dU$

$$dU = -F_x dx \Rightarrow F_x = -\frac{dU}{dx}$$

- Έτσι

$$F_x = -\frac{dU}{dx} \Rightarrow U(x) = -\int F_x dx + U_i$$

- Η συνάρτηση $U(x)$ λέγεται **συνάρτηση δυναμικής ενέργειας**
- Η θέση x όπου $F_x = 0$ λέγεται **θέση ισορροπίας**
- Προφανώς ισχύει και

$$F_y = -\frac{dU}{dy}, \quad F_z = -\frac{dU}{dz}$$

Ενέργεια Συστήματος

◉ Ευσταθής ισορροπία (stable equilibrium)

- ◉ Ένα σύστημα λέγεται ευσταθούς ισορροπίας όταν οποιαδήποτε μεταβολή μακριά από τη θέση ισορροπίας του έχει ως συνέπεια την έγερση μιας δύναμης που επαναφέρει το σύστημα στη θέση ισορροπίας του
 - ◉ Παραδείγματα: σύστημα σώματος-ελατηρίου, σύστημα μπίλιας-κυρτού μώλ-Γης

◉ Ασταθής ισορροπία (unstable equilibrium)

- ◉ Ένα σύστημα λέγεται ασταθούς ισορροπίας όταν οποιαδήποτε μεταβολή μακριά από τη θέση ισορροπίας του έχει ως συνέπεια την έγερση μιας δύναμης που απομακρύνει περισσότερο το σύστημα από τη θέση ισορροπίας του
 - ◉ Παραδείγματα: σύστημα μολυβιού-Γης που ισορροπεί στη μύτη του επάνω σε μια επιφάνεια, σύστημα μπάλας-Γης στην κορυφή ενός λόφου

◉ Ουδέτερη ισορροπία (neutral equilibrium)

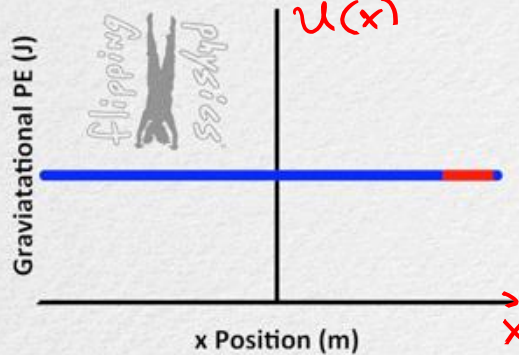
- ◉ Ένα σύστημα λέγεται ουδέτερης ισορροπίας αν η θέση ισορροπίας του δεν εξαρτάται από μετατοπίσεις από την αρχική του θέση, δηλ. όταν παραμένει στη νέα του θέση μετά από κάποια μετατόπιση χωρίς να επιστρέφει πίσω στην αρχική του θέση
 - ◉ Παράδειγμα: σύστημα μπάλας-οριζόντιου εδάφους, σύστημα βιβλίου πλευρικά τοποθετημένου-οριζόντιου εδάφους

Ενέργεια Συστήματος

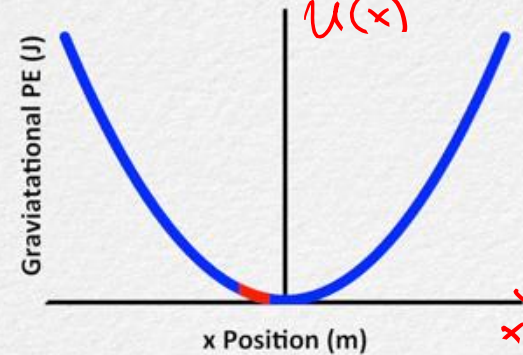
Equilibrium



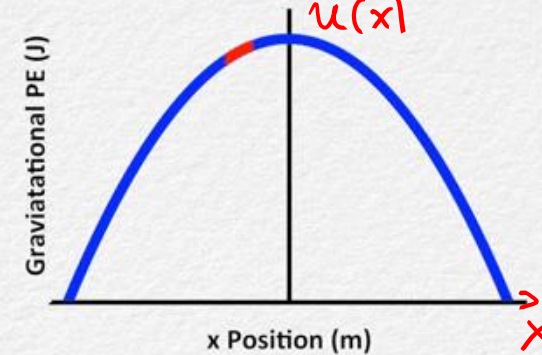
Neutral



Stable



Unstable



Ενέργεια Συστήματος

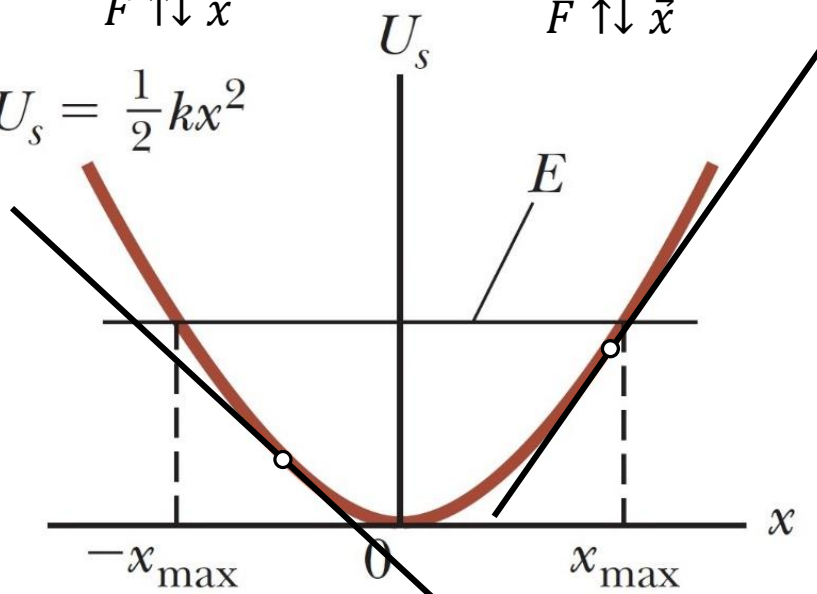
$$F_x = -\frac{dU}{dx}$$

- Η κλίση $\frac{dU}{dx}$ μας πληροφορεί για την ευστάθεια ή αστάθεια ενός συστήματος
- Παραδείγματα:

$$\frac{dU}{dx} < 0 \Rightarrow F_x > 0$$

$$\vec{F} \uparrow \downarrow \vec{x}$$

$$U_s = \frac{1}{2} kx^2$$



$$\frac{dU}{dx} > 0 \Rightarrow F_x < 0$$

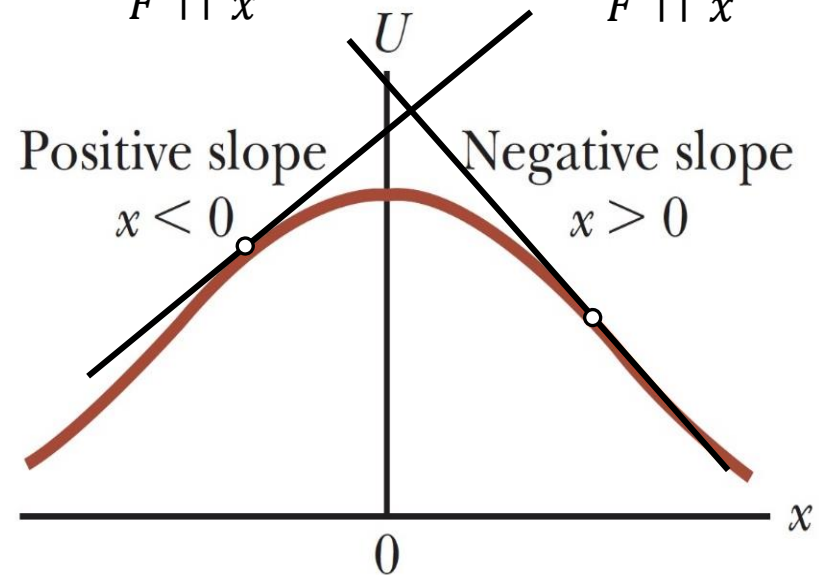
$$\vec{F} \uparrow \downarrow \vec{x}$$

$$\frac{dU}{dx} > 0 \Rightarrow F_x < 0$$

$$\frac{dU}{dx} < 0 \Rightarrow F_x > 0$$

$$\vec{F} \uparrow \uparrow \vec{x}$$

$$\vec{F} \uparrow \uparrow \vec{x}$$



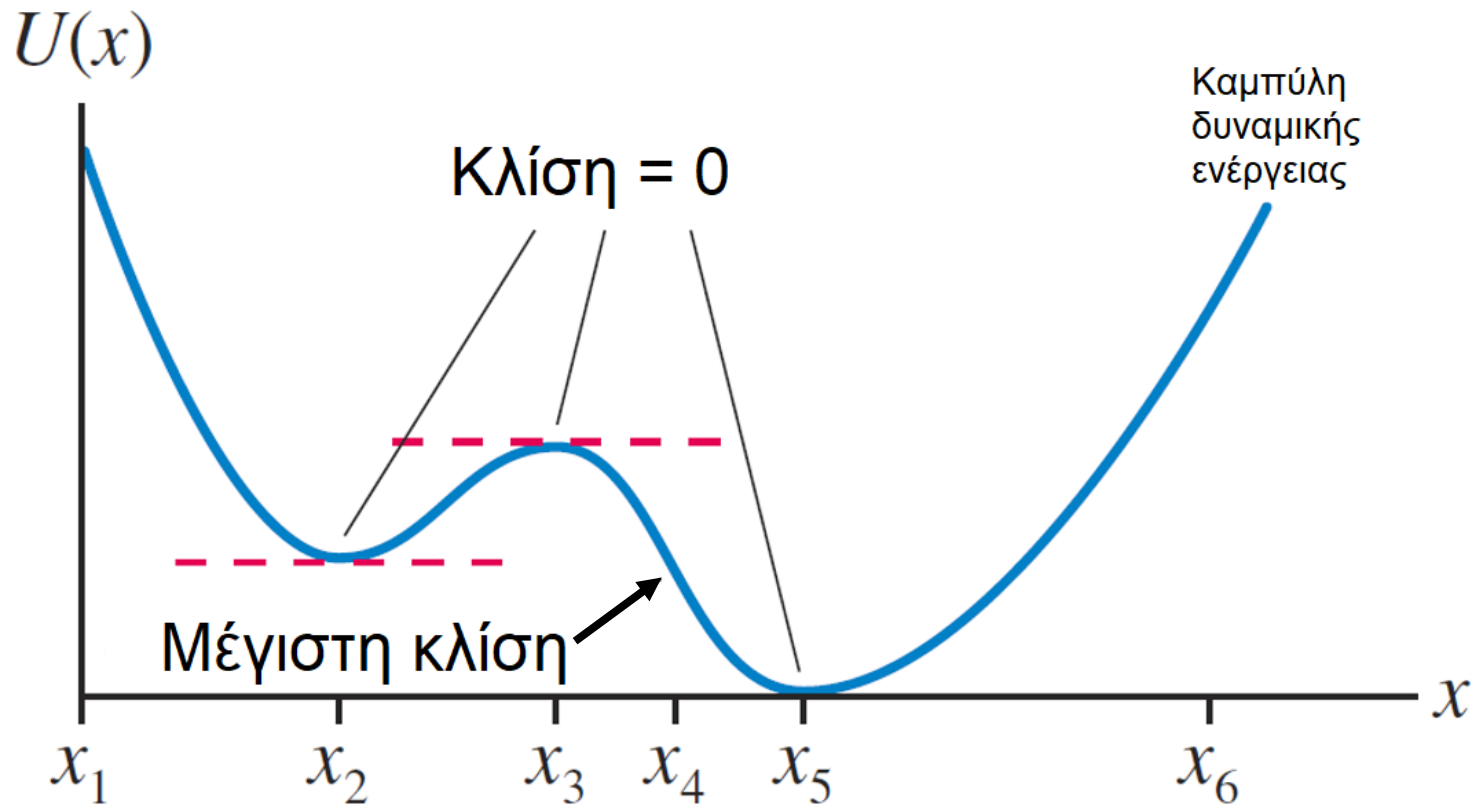
Ενέργεια Συστήματος

$$F_x = -\frac{dU}{dx}$$

- Όταν $\vec{F} \uparrow \vec{x}$, η **δύναμη** που εγείρεται είναι **ομόρροπη** με τα **μετατόπιση**
 - Το σύστημα μετατοπίζεται περαιτέρω μακριά από τη θέση ισορροπίας του!
 - **Αστάθεια!**
- Όταν $\vec{F} \updownarrow \vec{x}$, η **δύναμη** που εγείρεται είναι **αντίρροπη** με τα **μετατόπιση**
 - Το σύστημα επιστρέφει στη θέση ισορροπίας του!
 - **Ευστάθεια!**

Ενέργεια Συστήματος

- Ένα πραγματικό σύστημα μπορεί να έχει **περιοχές** ευσταθούς, ασταθούς, και ουδέτερης ισορροπίας



Διατήρηση της Ενέργειας

Στρατηγική επίλυσης προβλημάτων

Σύστημα

Μονομελές

Πολυμελές

Μη απομονωμένο

Μη απομονωμένο

Απομονωμένο

Μόνο συντηρητικές
δυνάμεις

$$\Delta K = \Sigma W_{ext}$$

$$\Delta K + \Delta U = 0$$

Θεώρημα
Μεταβολής Κινητικής
Ενέργειας – Έργου

Αρχή Διατήρησης
Μηχανικής
Ενέργειας



$$\Delta E_{sys} = 0$$

Διατήρηση της Ενέργειας

- Γνωρίσαμε δυο ενεργειακά θεωρήματα
 - ΘΜΚΕΕ
 - ΑΔΜΕ
 - Υπάρχει άλλο?
- Διαφορετικές υποθέσεις για καθένα από αυτά
- Οι υποθέσεις σχετίζονταν με το **σύστημα** και τις **δυνάμεις** που **παράγουν έργο** στο σύστημα
 - Εσωτερικές ή εξωτερικές
 - Συντηρητικές ή μη
- Ας κάνουμε μια τελευταία, ομαδική θεώρηση σε αυτά

Διατήρηση της Ενέργειας

○ Μη απομονωμένα συστήματα

- Σύστημα βρίσκεται σε «επικοινωνία» με το περιβάλλον του μέσω μεταφοράς ενέργειας
 - Υπάρχει ενεργειακό «πάρε-δώσε» με το περιβάλλον
- **Θεώρημα Μεταβολής Κινητικής Ενέργειας – Έργου**
 - Εξωτερική δύναμη αλλάζει μέσω έργου την κινητική ενέργεια ενός μονομελούς συστήματος ({σώματος})
- Έχουμε δει μόνο το **έργο** ως μέσο μεταφοράς ενέργειας σε ένα σύστημα
- Υπάρχουν κι άλλοι τρόποι... (ακολουθεί μικρή παρένθεση)

Διατήρηση της Ενέργειας

Ενέργεια μεταφέρεται στο σώμα μέσω έργου.

© Cengage Learning/George Sample



a

Ενέργεια μεταφέρεται εκτός του ραδιοφώνου από το μεγάφωνο ως μηχανικά κύματα.

© Cengage Learning/George Sample



b

Ενέργεια μεταφέρεται στη λαβή του κουταλιού μέσω θερμότητας.

© Cengage Learning/George Sample



c

Ενέργεια εισάγεται στο ρεζερβουάρ του αυτοκινήτου μέσω μεταφοράς ύλης.

Cocoon/Photodisc/Getty Images



d

Ενέργεια εισάγεται στο σεσουάρ μέσω ηλεκτρισμού.

© Cengage Learning/George Sample



e

Ενέργεια εξάγεται από τη λάμπα με τη μορφή ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας.

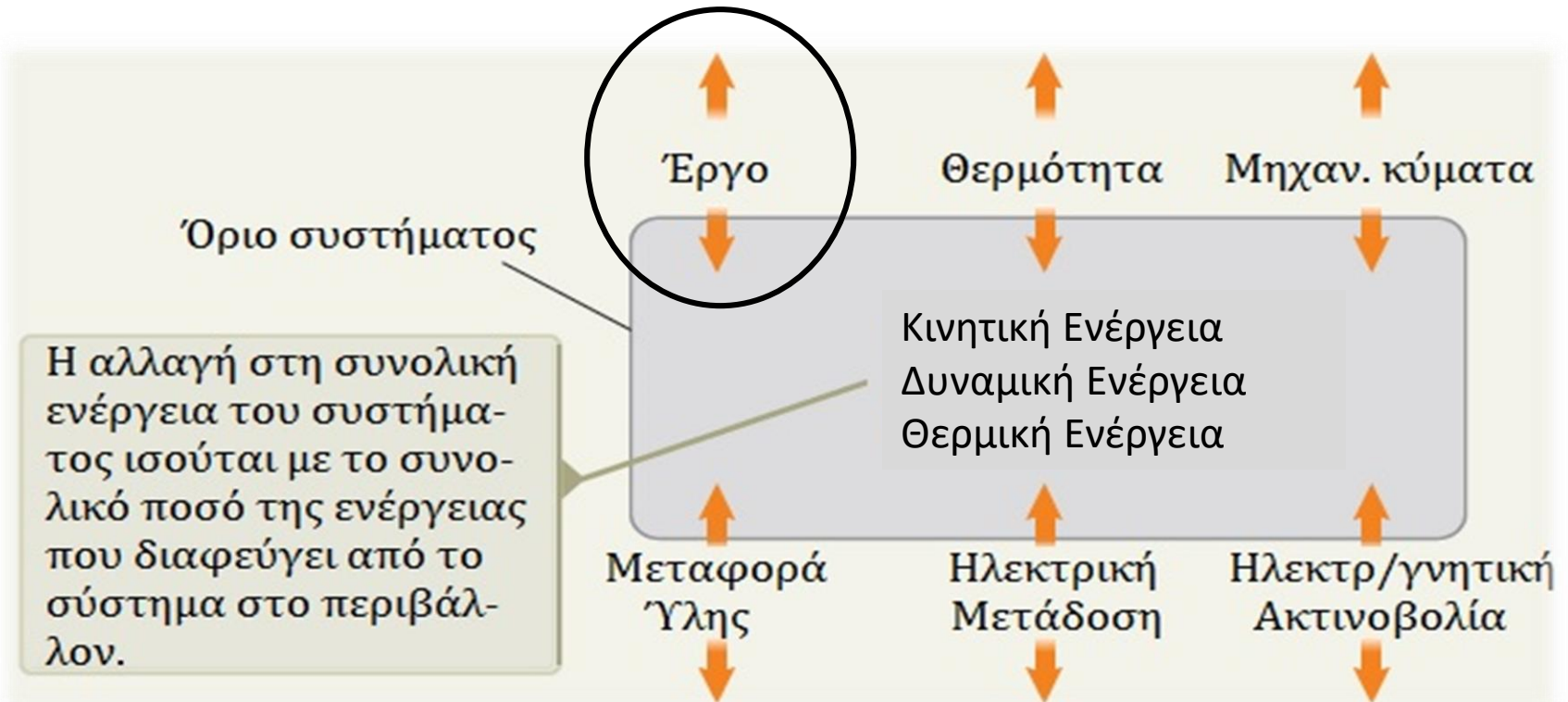
© Cengage Learning/George Sample



f

Διατήρηση της Ενέργειας

Μη απομονωμένα συστήματα



(κλείνει η παρένθεση)

Διατήρηση της Ενέργειας

- Μη απομονωμένα συστήματα
- Αν η **συνολική** ενέργεια σε ένα μη απομονωμένο σύστημα αλλάζει, αυτό συμβαίνει **ΜΟΝΟΝ** αν ενέργεια έχει μεταφερθεί από ή προς το περιβάλλον του συστήματος, με κάποιον **μηχανισμό**
- Αρχή Διατήρησης της Ενέργειας – ΑΔΕ

$$\Delta E_{system} = \sum T = \sum W_{ext}$$

όπου E_{system} είναι η συνολική ενέργεια του συστήματος (κάθε μορφής), και **T είναι το ποσό της ενέργειας** που μεταφέρεται εκτός ή εντός συστήματος με κάποιο **μηχανισμό** (εμείς θα μείνουμε μόνο στο μηχανισμό μέσω έργου)

Διατήρηση της Ενέργειας

Ενεργειακή
αλληλεπίδραση με
το περιβάλλον!!

- Μη απομονωμένα συστήματα
- Αν το σύστημα είναι **πολυμελές**, με παρουσία όλων των δυνατών ενεργειών, τότε

ΔE_{system}

$$\Delta K + \Delta U_{g,s} + \Delta E_{th} = \sum W_{ext.forces}$$

ΑΔΕ

- Αν το σύστημα είναι **πολυμελές** με παρουσία μόνο κινητικών και δυναμικών ενεργειών, τότε

ΔE_{system}

$$\Delta K + \Delta U_{g,s} = \sum W_{ext.forces}$$

ΑΔΕ

- Αν το σύστημα είναι **μονομελές**, τότε

ΔE_{system}

$$\Delta K = \sum W_{ext.forces}$$

ΘΜΚΕΕ

Διατήρηση της Ενέργειας

- Απομονωμένα (κλειστά) συστήματα
- Δεν υπάρχει «εισαγωγή/διαφυγή» ενέργειας με κανένα τρόπο
- Η συνολική ενέργεια του συστήματος είναι σταθερή
- Αρχή Διατήρησης της Ενέργειας – ΑΔΕ

$$\Delta E_{system} = 0$$

Διατήρηση της Ενέργειας

Μηδενική ενεργειακή αλληλεπίδραση με το περιβάλλον!!

- Απομονωμένα (κλειστά) συστήματα
 - Αναγκαστικά πολυμελές σύστημα
 - Αρχή Διατήρησης της Ενέργειας – ΑΔΕ

ΔE_{system}

$$\Delta K + \Delta U_{g,s} + \Delta E_{th} = 0$$

ΑΔΕ

αν ασκούνται **συντηρητικές και μη** δυνάμεις, δηλ. σε κάθε περίπτωση!

- Αρχή Διατήρησης Μηχανικής Ενέργειας – ΑΔΜΕ

$$\Delta E_{mech} = \Delta K + \Delta U_{g,s} = 0$$

ΑΔΜΕ

μόνον όταν παράγουν έργο **αποκλειστικά** συντηρητικές δυνάμεις!

Διατήρηση της Ενέργειας

Στρατηγική επίλυσης προβλημάτων

Σύστημα

Μονομελές

Πολυμελές

Μη απομονωμένο

Μη απομονωμένο

Απομονωμένο

$$\Delta E_{sys} = \Sigma W_{ext}$$

$$\Delta K = \Sigma W_{ext}$$

$$\Delta K + \Delta U = 0$$

Αρχή
Διατήρησης
Ενέργειας

Θεώρημα
Μεταβολής Κινητικής
Ενέργειας – Έργου

Αρχή Διατήρησης
Μηχανικής
Ενέργειας

$$\Delta E_{sys} = 0$$

Διατήρηση της Ενέργειας

Στρατηγική επίλυσης
προβλημάτων

Σύστημα

Μη απομονωμένο

Απομονωμένο

Μονομελές

Πολυμελές

Πολυμελές

Μόνο συντηρητικές
δυνάμεις

$$\Delta E_{sys} = \Sigma W_{ext}$$

$$\Delta K = \Sigma W_{ext}$$

$$\Delta K + \Delta U = 0$$

Αρχή
Διατήρησης
Ενέργειας

Θεώρημα
Μεταβολής Κινητικής
Ενέργειας – Έργου

Αρχή Διατήρησης
Μηχανικής
Ενέργειας

$$\Delta E_{sys} = 0$$

Διατήρηση της Ενέργειας

- Προσέξτε!!
- Παρ' όλο που το προηγούμενο slide εμφανίζει τα διάφορα ενεργειακά θεωρήματα ως διαφορετικά μεταξύ τους, στην πραγματικότητα όλα είναι «παιδιά» της Αρχής Διατήρησης της Ενέργειας (Α.Δ.Ε)!
- Η Α.Δ.Ε είναι **καθολικό** ενεργειακό θεώρημα, ισχύει από το μικρόκοσμο (άτομα) μέχρι το μακρόκοσμο (πλανητικά συστήματα)
- Το Θ.Μ.Κ.Ε-Ε και η Α.Δ.Μ.Ε είναι «**υποπεριπτώσεις**» της Α.Δ.Ε

Συνεχίζεται... 😊